

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.01.01.03 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ
Теория и методы решения нелинейных
дифференциальных уравнений

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

01.04.02.01 Математическое моделирование

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Красноярск 2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

_____ канд. физ.-мат. наук, доцент, Фроленков Игорь Владимирович

_____ должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Математические модели, содержащие нелинейные дифференциальные уравнения возникают при формализации различных процессов. На сегодняшний день нелинейные дифференциальные уравнения составляют важное самостоятельное направление исследований в области математической физики.

В курсе будут изучены методы исследования стационарных нелинейных операторных уравнений. Для изучения нестационарных дифференциальных уравнений предполагается изучение специальных функциональных пространств. В основе исследования нелинейных уравнений через операторные уравнения лежит метод монотонности. Также будет рассмотрен метод слабой аппроксимации, как один из современных методов решения нелинейных задач математической физики.

Отдельный блок посвящен изучению обратных задач, которые составляют важное самостоятельное направление исследований в области дифференциальных уравнений.

Таким образом, целью курса "Теория и методы решения нелинейных дифференциальных уравнений" является формирование у студентов ключевых компетенций на основании углубленного изучения современных методов решения нелинейных уравнений в частных производных.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины являются развитие у слушателей:

- собственного видения прикладного аспекта в строгих математических формулировках;
- навыков определения общих форм, закономерностей, инструментальных средств для групп дисциплин;
- навыков владения методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук;
- способностей к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности;
- навыков самостоятельного построения целостной картины дисциплины;
- возможностей преподавания физико-математических дисциплин в высшей, средней школе и техникуме на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Запланированные результаты обучения по дисциплине |
|---|---|
| ПК-1: Способен разрабатывать и исследовать математические модели, методы и алгоритмы по тематике проводимых исследований | |
| ПК-1.1: Обладает достаточными фундаментальными теоретическими и практическими знаниями математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности | |
| ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой | |

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

| Вид учебной работы | Всего, зачетных единиц (акад.час) | Сем естр | |
|---|--|-------------|---|
| | | 1 | 2 |
| Контактная работа с преподавателем: | 2 (72) | | |
| занятия лекционного типа | 1 (36) | | |
| практические занятия | 1 (36) | | |
| Самостоятельная работа обучающихся: | 1 (36) | | |
| курсовое проектирование (КП) | Нет | | |
| курсовая работа (КР) | Нет | | |
| Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен) | 1 (36) | | |

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

| | | Контактная работа, ак. час. | | | | | | | |
|---|---|--------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|--|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| № п/п | Модули, темы (разделы) дисциплины | Занятия лекционного типа | | Занятия семинарского типа | | | | Самостоятельная работа, ак. час. | |
| | | | | Семинары и/или Практические занятия | | Лабораторные работы и/или Практикумы | | | |
| | | Всего | В том числе в ЭИОС | Всего | В том числе в ЭИОС | Всего | В том числе в ЭИОС | Всего | В том числе в ЭИОС |
| 1. Стационарные нелинейные операторные уравнения | | | | | | | | | |
| | 1. Коэрцитивные операторные уравнения. Лемма об «остром угле». | 1 | | | | | | | |
| | 2. Разрешимость операторного уравнения вида $A(u)=h$, где оператор A является коэрцитивным и слабо компактным. | 1 | | | | | | | |
| | 3. Разрешимость нелинейных уравнений с монотонным оператором. | 1 | | | | | | | |
| | 4. Разрешимость нелинейных уравнений с полуограниченной вариацией. | 1 | | | | | | | |
| | 5. Сильная сходимость галеркинских приближений. | 1 | | | | | | | |
| | 6. Краевые задачи как операторные уравнения в банаховых пространствах | 1 | | | | | | | |
| | 7. Понятие оператора, операторного уравнения | | | 2 | | | | | |
| | 8. Свойства операторов | | | 3 | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|---|--|--|--|---|--|
| 9. Построение галеркинских последовательностей, исследование их свойств | | | 2 | | | | | |
| 10. Самостоятельное изучение теоретического материала | | | | | | | 4 | |
| 2. Функциональные пространства, используемые при изучении нестационарных задач | | | | | | | | |
| 1. Понятие абстрактной функции, непрерывность и дифференцируемость абстрактной функции | 1 | | | | | | | |
| 2. Пространство $C_m(S, X)$ и его свойства. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса. | 1 | | | | | | | |
| 3. Пространство $L_p(S, X)$ и его свойства | 1 | | | | | | | |
| 4. Теорема о представлении функционала | 1 | | | | | | | |
| 5. Некоторые специальные пространства с интегрируемыми производными | 1 | | | | | | | |
| 6. Определение и свойства простых функции, функции класса $(S \rightarrow X)$. | | | 2 | | | | | |
| 7. Понятие дифференцируемости функций класса $(S \rightarrow X)$, пространство $C_m(S, X)$. | | | 2 | | | | | |
| 8. Понятие измеримости и интегрируемости по Бохнеру функций класса $(S \rightarrow X)$, пространство $L_p(S, X)$. | | | 2 | | | | | |
| 9. Самостоятельное изучение теоретического материала | | | | | | | 6 | |
| 3. Нестационарные нелинейные операторные уравнения. Метод монотонности | | | | | | | | |
| 1. Нелинейные параболические уравнения с монотонным оператором. Постановки задач. | 1 | | | | | | | |
| 2. Свойства оператора: коэрцитивность, семинепрерывность, ограниченность в нестационарном случае. Примеры | 1 | | | | | | | |
| 3. Теоремы разрешимости нелинейных операторных уравнений. | 1 | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|---|--|--|--|---|--|
| 4. Нелинейные параболические уравнения с полуограниченной вариацией. | 1 | | | | | | | |
| 5. Задачи с краевыми и начальными условиями как операторные дифференциальные уравнения в банаховых пространствах. | 1 | | | | | | | |
| 6. Понятие и свойства нестационарных/эволюционных операторных уравнений | | | 2 | | | | | |
| 7. Свойства нестационарных операторов | | | 2 | | | | | |
| 8. Построение галеркинских последовательностей, исследование их свойств для эволюционных уравнений | | | 2 | | | | | |
| 9. Самостоятельное изучение теоретического материала | | | | | | | 6 | |
| 4. Метод слабой аппроксимации | | | | | | | | |
| 1. Примеры, приводящие к понятию метода слабой аппроксимации. Формулировка метода слабой аппроксимации. | 1 | | | | | | | |
| 2. Первая и вторая теоремы сходимости метода слабой аппроксимации. | 1 | | | | | | | |
| 3. Разрешимость задачи Коши для уравнения в частных производных | 1 | | | | | | | |
| 4. Задача Коши для уравнения Бюргерса. Построение слабо аппроксимирующей задачи. | 1 | | | | | | | |
| 5. Теорема разрешимости задачи Коши для уравнения Бюргерса. | 1 | | | | | | | |
| 6. Вопросы разрешимости уравнения типа нестационарной фильтрации. | 1 | | | | | | | |
| 7. Применение метода расщепления для исследования разрешимости задач для интегро-дифференциальных уравнений. | 2 | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|---|--|---|--|--|--|---|--|
| 8. Примеры, приводящие к понятию метода слабой аппроксимации. | | | 1 | | | | | |
| 9. Понятие слабой аппроксимации, примеры. | | | 2 | | | | | |
| 10. Расщепление простых дифференциальных уравнений первого порядка, построение решений, сходимость. | | | 2 | | | | | |
| 11. Примеры расщеплений дифференциальных уравнений второго порядка, линеаризация. | | | 2 | | | | | |
| 12. Самостоятельное изучение теоретического материала | | | | | | | 6 | |
| 5. Обратные задачи и методы их решения | | | | | | | | |
| 1. Введение в теорию обратных задач. Примеры. Обзор постановок обратных задач. Виды условий переопределения и их физический смысл. | 4 | | | | | | | |
| 2. Преобразование Фурье и его свойства. Методы сведения обратных задач к прямым задачам. | 2 | | | | | | | |
| 3. Обратная задача с неизвестной функцией источника. Постановка задачи. Переход к прямой задаче. | 2 | | | | | | | |
| 4. Теорема о разрешимости обратной задачи с неизвестной функцией источника. | 2 | | | | | | | |
| 5. Теоремы единственности решения обратных задач. | 2 | | | | | | | |
| 6. Линейная обратная задача с неизвестным коэффициентом при функции источника. Глобальная разрешимость. | | | 2 | | | | | |
| 7. Нелинейная обратная задача с неизвестным коэффициентом при младшем члене. Разрешимость в малом временном интервале. | | | 2 | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|----|--|----|--|--|--|----|--|
| 8. Нелинейная обратная задача с неизвестным коэффициентом при производной по времени. Функция срезки. | | | 2 | | | | | |
| 9. Теорема единственности. | | | 2 | | | | | |
| 10. Ограниченность/стабилизация решения. Устойчивость. | | | 2 | | | | | |
| 11. Самостоятельное изучение теоретического материала | | | | | | | 14 | |
| Всего | 36 | | 36 | | | | 36 | |

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Белов Ю. Я., Кантор С. А. Метод слабой аппроксимации: монография (Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).
2. Сорокин Р. В., Фроленков И.В. Теория и методы решения нелинейных дифференциальных уравнений: учеб.-метод. пособие для студентов спец. 010300.68, 010500.68(Красноярск: СФУ).
3. Сорокин Р. В., Фроленков И. В. Теория и методы решения нелинейных дифференциальных уравнений: учеб.-метод. пособие для студентов спец. 010300.68, 010500.68(Красноярск: СФУ).
4. Белов Ю. Я., Сорокин Р. В., Фроленков И. В. Аппроксимация и корректность краевых задач для дифференциальных уравнений: учебное пособие для студентов вузов по направлениям подготовки 010100 "Математика" и 010200 "Математика и компьютерные науки"(Красноярск: СФУ).
5. Белов Ю. Я., Полынцева С. В., Сорокин Р. В., Фроленко И. В., Шипина Т. Н. Теория и методы решения нелинейных дифференциальных уравнений: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).
6. Белов Ю. Я., Сорокин Р. В., Фроленков И. В., Черепанова О. Н., Шипина Т. Н. Неклассические и обратные краевые задачи: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: СФУ).
7. Belov Y. Y. Inverse Problems for Partial Differential Equations(Boston: VSP).
8. Крылов Н. В. Нелинейные эллиптические и параболические уравнения второго порядка: монография(Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы [Физматлит]).
9. Гаевский Х., Крегер К., Захариас К., Задорожний В. Г., Перов А. И., Соболев В. И. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения(Москва: Мир).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Курс не требует обязательного использования специализированного программного обеспечения.

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-справочные системы не обязательны.

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторские занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами.

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа должны быть укомплектованные специализированной мебелью для занятий (столы и стулья) и техническими средствами обучения (меловые или маркерные доски, мел или маркер), могут иметь необходимые средства для обеспечения демонстрации компьютерных презентаций.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.